Jednovrstvé sítě III

SOM

SOM?

- SOM = Self Organizing Maps,
- Prof. Teuvo Kohonen, Finsko,
- TU Helsinki, 1981, od té doby se eviduje několik tisíc vědeckých literárních odkazů.
- Původní aplikace: fonetický psací stroj.
- Zajímavý a hlavně použitelný SW SOM_PAK:
  - **http://www.cis.hut.fi/research/som_pak**
  - máme na svých webovských stránkách.

Charakteristika sítě:

- Jednovrstvá, se vstřícným šířením signálu,
- učí se bez učitele, samoorganizuje se,
- je bez výstupu,
- provádí shlukovou analýzu.
- Přestože se to někdy píše, není klasifikátorem! Ten z ní ale snadno vznikne (přidáním výstupní vrstvy).

Vysvětlující poznámka I.

- Samoorganizace je proces, ke kterému dochází uvnitř systému v čase a pod vlivem jeho okolí. Směřuje k nárůstu kvality vnitřního uspořádání. Přitom se do okolí nedostává žádná informace. Ke zpětné interakci tedy nedochází .
- Samoorganizací se ujasňují vztahy mezi objekty.

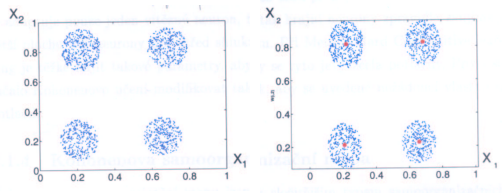
Vysvětlující poznámka II.

- Klasická **shluková analýza** (Cluster Analysis) je nástroj pro disjunktní rozklad množiny vzorů ze vstupního prostoru $\mathbf{R}^n$ do $H > 1$ tříd.
- Shluková analýza požaduje maximální podobnost vzorů v rámci jedné třídy a současně maximální nepodobnost vzorů různých tříd.

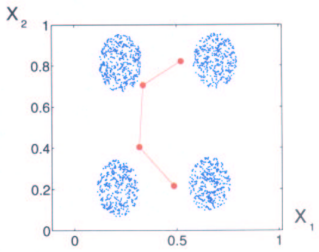
Co to je vektorová kvantizace?

- Cílem kvantizace vektorů je aproximovat hustotu pravděpodobnosti $p(x)$ rozložení reálných vstupních vektorů $x \in \mathbf{R}^n$ pomocí konečného počtu reprezentantů $\mathbf{w}_i \in \mathbf{R}^n$.
- SOM je jedním z nástrojů řešení problému kvantizace vektorů (Vector Quantization).

Ukázka kvantizace vektorů

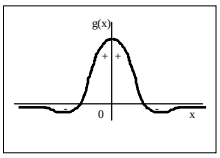


Kvantizace vektorů SOMem



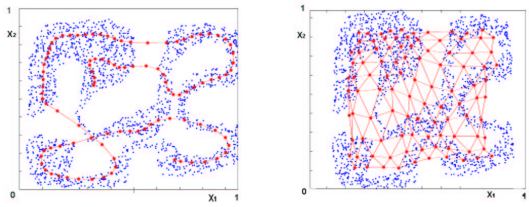
Proč jsou výsledky rozdílné?

- Za všechno může okolí!

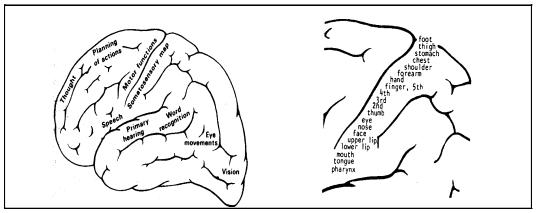


- Používá se 1. při učení,
  2. někdy k určování vítěze.

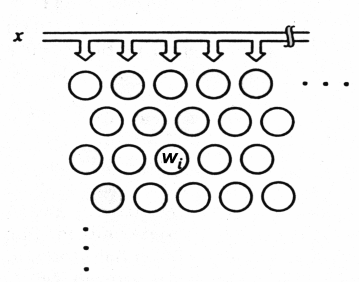
Visualizace pokrytí vstupního prostoru SOMem 1D- a 2D-



SOM inspirace



SOM architektura 1/3

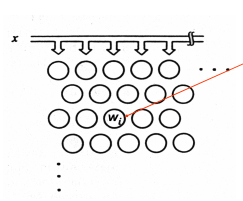


Typicky:
2D pole
neuronů

SOM architektura 2/3

- 2D- uspořádání (do mřížky) je nejtypičtější.
- Neurony lze ale uspořádat lineárně (1D- dost často), nebo prostorově (3D- velmi výjimečně).
- Uspořádání slouží k tomu, aby měl neuron definované **sousedy** ve svém okolí.
- Kohonenovo doporučení: **obdélníková** SOM!

SOM architektura 3/3



Ten, který nejlépe odpovídá = **nejpodobnější** (označen indexem c):

$c = \text{argmin}_i \{\|x - m_i\|\}$ nebo $c = \text{argmax}_i \{x^T m_i\}$.

SOM neuron 1/2

- Vyhodnocuje podobnost předloženého vstupního vektoru od (ve vahách w_i) zapamatovaného, reprezentanta, referenčního vektoru.
- Podobnost = např. Eukleidovská vzdálenost:

$$j^* = \arg\min_i \{\|x - w_i\|\},$$

- SOM neuron je tedy reprezentantem shluku.
- Důležitý rys sítě: vítěz bere vše! Rozumíte tomu?

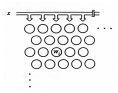
SOM neuron 2/2

- Inspirativní poznámka: podobnost se nemusí vyhodnocovat jen Eukleidovsky!
- Jinou možností je směrová podobnost vyjádřená vnitřním součinem (inner-product):

$$j^* = \arg\max_i \{x^T(t) w_i(t)\}.$$

Učení Kohonenovy sítě 1/3

- Nezapomeňte: učicí algoritmus uspořádává neurony v mřížce tak, aby reprezentovaly předložená vstupní data.
- Otázka k přemýšlení: jak si představujete, že vypadá visualizovaný proces učení v průběhu času?



Učení Kohonenovy sítě 2/3

- Inicializace,
- předložení vzoru,
- výpočet vzdálenosti,
- výběr nejpodobnějšího neuronu,
  - viz poznámka ♠,
- přizpůsobení vah,

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \eta(t)\left[x_i(t) - w_{ij}(t)\right]$$

- pokračování učicího procesu.

Učení Kohonenovy sítě 3/3

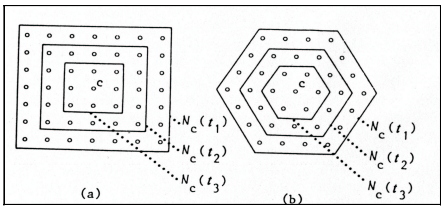
- Velkou roli při učení hraje okolí:
  - topologické uspořádání,
  - vzdálenost sousedů.
- Okolí se v čase mění:
  - jeho „průměr“ s časem klesá (až k nulovému).
- změna se realizuje sdruženým učicím parametrem $\eta(t)$.

Příklad okolí: Gaussovské

$$\eta_{ij^*}(t) = \alpha(t) \,.\, \exp\left(- \frac{\left\| r_{j^*} - r_i \right\|^2}{2\sigma^2(t)} \right),$$

- Člen $\alpha(t)$ představuje učicí krok,
- druhý člen pak tvar okolí (v tomto případě Gaussova křivka s proměnným tvarem v čase).

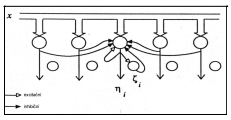
Jiné (prakticky reálnější) příklady:



a) čtvercové **b)** hexagonální okolí

Poznámka ♠

- Vybírání nejpodobnějšího neuronu při učení:
- někdy se používá k určování vítěze funkce laterální inhibice.

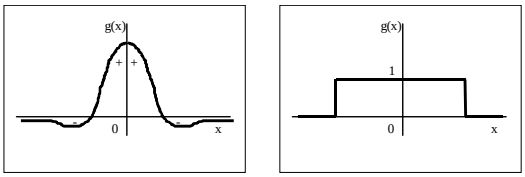


Postup vybírání vítěze

- Po náhodné volbě počátečních vah se síť někdy „nevzpamatuje“ a překroutí se.
- Jedno z řešení: vítěze nevybírat izolovaně:
  - nebere se v úvahu je odezva jediného neuronu, ale odezva jistého okolí.

$$I_j = I_j^l + I_j^f = d_j + \sum_k g_{jk} I_k \,.$$

Funkce laterálních inhibicí

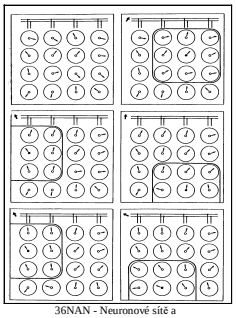


a) Biologická funkce laterálních inhibicí b) zjednodušená implementace

Visualizace učení Kohonenovy sítě

- Snadno lze jen ve dvourozměrném případě,
- ukážeme dva příklady:
  - SOM s vnitřním součinem,
  - klasická SOM.

Motivační příklad: SOM s vnitřním součinem



Visualizace: klasická SOM

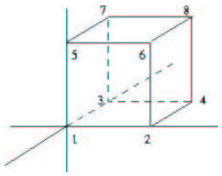
- Sammonova nelineární projekce,
- analýza hlavní komponenty (PCA),
- náš vynález ***Equi-distance map.***

Sammonova projekce

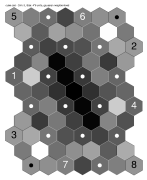
- Mějme N vektorů v L-dimenzionálním prostoru, které označme x_i , i = 1, ... , N. K nim nechť patří N dvoudimenzionálních vektorů označených y_i, i = 1, ... , N. Označme dále vzdálenost mezi vektory x_i a x_j v L-dimenzionálním prostoru D_{ij} a vzdálenost odpovídajících si vektorů y_i a y_j symbolem d_{ij}. Potom Sammonova projekce mapuje vstupní prostor na výstupní na základě minimalizace této chybové funkce:

$$E_{sam} = \frac{1}{\sum_{i<j}^{N} D_{ij}} \sum_{i<j}^{N} \frac{\left(d_{ij} - D_{ij}\right)^2}{D_{ij}} ..$$

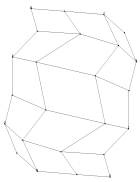
Standardní SOM výstupy



Umat



Sammon

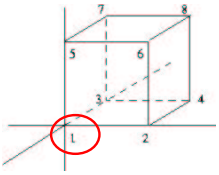


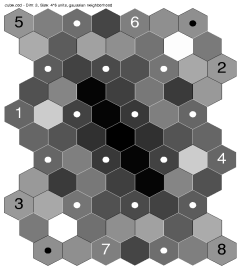
Příklad



Vidíte tady nejpodobnější vrcholy šesti-dimenzionální hyperkrychle?

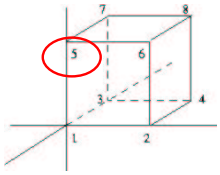
Problém: interpretace výsledků



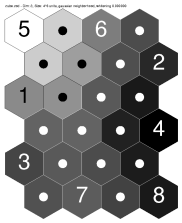


Najdete sousední vrcholy? Těžko!

Náš vynález



Equi-distance map:



Hlavní komponenta

